FUNDAMENTOS PARA EL ÉXITO EN LAS MATEMÁTICAS

Prof. Zaida M. Gracia
Catedrática

2 de mayo de 2008

Conferencia Magistral
Ceremonia de Ascenso en Rango
Universidad del Sagrado Corazón
Santurce, P.R.

FUNDAMENTOS PARA EL EXITO EN LAS MATEMATICAS

El éxito, la seguridad y el bienestar de las naciones ha estado entrelazado por siglos con la habilidad de sus habitantes para conocer y manejar ideas sofisticadas de carácter cuantitativo. Desde las sociedades más destacadas en la historia de la humanidad, tales como los egipcios, babilonios y griegos hasta los ciudadanos de las naciones líderes en el presente existe un factor común. Este factor común es que han poseído destrezas matemáticas que los posicionaron ventajosamente en ramas como la navegación y exploración, la defensa, las finanzas, las comunicaciones, la medicina y salud, la tecnología y el comercio. Estas destrezas les permitieron comprender sus fracasos y pronosticar desarrollos futuros. La historia está llena de estos ejemplos.

Les presentaré cómo a través de la historia vemos ejemplos del desarrollo del pensamiento matemático, el razonamiento 1ógico y la creación del conocimiento. Utilizaré dos momentos históricos muy interesantes.

El primero ocurrió 500 años antes de Cristo cuando Zenón de Elea planteó tres paradojas acerca del movimiento. Tomemos como ejemplo la tercera paradoja que dice "La flecha no puede volar". Como un observador pasivo, Zenón, usando argumentos lógicos, demostró que el movimiento era imposible. Observemos que en cualquier instante de su trayectoria, la flecha ocupa un lugar dado, por lo tanto, en ese momento la flecha está en descanso. La flecha descansa en el instante en que la vemos, pero como podemos seleccionar cualquier instante, la flecha está siempre en descanso, por lo tanto la flecha no vuela. Por supuesto, Zenón sabía que la flecha si vuela pero así se preguntó como ocurre el movimiento.

Cien años más tarde, Aristóteles contestó esta paradoja en su libro Physica. Aclaró que debido a que la distancia recorrida por la flecha era finita y el tiempo del recorrido también, la distancia de la trayectoria podía ser dividida en infinitas partes pero la suma de sus partes seguía siendo finita. Esto explicaría porqué a pesar de hacer observaciones aparentemente discontinuas el movimiento si ocurría y era de forma continua. Esta idea dio paso al concepto de continuidad retomado por Newton y Leibniz 2000 años después para crear el Cálculo y todas las leyes del movimiento de Newton.

Por 2000 años el desarrollo de la ciencia y la matemática usó como base las ideas de Aristóteles y el concepto de continuidad del movimiento. Así nació la Era del Razonamiento o Era del Observador Activo; La Era de la Invención de la Máquina.

El segundo momento histórico que les presento se daría en el siglo XX. Me pregunto cuál hubiese sido la reacción de Aristóteles y la de Zenón si hubiesen vivido en 1926 cuando el físico alemán Werner Heisenberg descubrió el "Principio del Indeterminismo" por el cual recibió el premio Nobel de Física en 1932. Este principio dice que "Un objeto no puede estar en movimiento y ocupar un espacio al mismo tiempo". Heisenburg reconoció que la observaci6n tal como la experimentamos no nos permite analizar el movimiento. Nuestra observación produce discontinuidades en el objeto observado. Este principio dio paso al desarrollo de la física cuántica y la teoría subatómica.

Ambos filósofos estaban correctos, el movimiento es continuo siempre que no sea observado y es discontinuo cuando es observado con mucho esfuerzo.
Es fascinante observar como todo el conocimiento se relaciona, se entrelaza y las disciplinas del saber, por más separadas que parezcan hoy día, están conectadas. Por ejemplo, la matemática es el lenguaje de las ciencias naturales, las finanzas y la economía, pero también define intrínsecamente el arte, la poesía y la música.

Países como Grecia, Alemania, Inglaterra y Estados Unidos tuvieron momentos de gloria al destacarse mundialmente por la aportación científica de personas como Zenón, Aristóteles, Newton, Leibniz y Heisenberg. Algunas de estas aportaciones fueron el nacimiento de la Filosofía y la Geometría como disciplinas y la creación del Cálculo y la Física Cuántica.

Nos encontramos en los comienzos del siglo 21, un siglo de cambio acelerado debido al desarrollo de la tecnología, el siglo de las comunicaciones, del Internet. Sin embargo, países desarrollados como Estados Unidos y Canadá confrontan un problema severo debido al bajo rendimiento matemático de sus estudiantes en pruebas estandarizadas. Los resultados de dichas pruebas bajan vertiginosamente y los educadores se preguntan: ¿qué hemos hecho mal?

Tomaré el caso de los EEUU, ya que su sistema educativo en Matemáticas es el más cercano al de PR.

Durante la mayor parte del Siglo XX, los EEUU poseyeron la proeza matemática suficiente para posicionarlos como una de las naciones más poderosas del mundo, no solo por la cantidad de especialistas en ciencias, matemáticas e ingeniería, ya fuera por talento doméstico o importado, sino también por la calidad de la educación matemática que poseían sus habitantes. Pero, sin cambios significativos en su sistema educativo, EEUU perderá ese liderato en el siglo XXI.

En el mundo contemporáneo, una fuerza trabajadora educada técnicamente da soporte al liderato de una nación. Los EEUU enfrentan un futuro en el cual la mayor parte de esta fuerza trabajadora se retirará, y a pesar de que las oportunidades de empleo en matemáticas, ciencias e ingeniería seguirán aumentando, no habrá suficientes personas para llenar dichos empleos. Por muchos años, EEUU importó parte de esta fuerza laboral de otros países, pero el dramático éxito de economías fuera de EU hará que muchos trabajadores opten por emplearse en otros países, especialmente en países asiáticos. De 1990 al 2003 el presupuesto para ciencias y tecnología de países asiáticos sin incluir Japón cambió de ser uno insignificante a ser la mitad del de los EEUU. Con el debilitamiento del liderato científico y matemático en los EEUU, esta nación enfrenta el riesgo de perder la capacidad de adaptarse al cambio, de perder su viabilidad económica y su seguridad.

Investigaciones realizadas dentro y fuera de los EEUU indican que los estudiantes norteamericanos no tienen éxito en su desempeño matemático al ser comparados con estudiantes extranjeros, especialmente los de los países líderes en matemáticas como lo son los países asiáticos. De hecho, comparados con estudiantes internacionales los estudiantes norteamericanos tienen una ejecutoria mediocre. Algunas investigaciones de la "National Assessment of Education Progress" indican que los estudiantes de cuarto y octavo grado han logrado mejorar sus resultados en las pruebas nacionales pero otros de sus estudios indican que solo el 32% de los estudiantes son considerados sobre el nivel proficiente en octavo grado y el 23% de los estudiantes están sobre el nivel proficiente en grado 12. Consistente con estos segundos resultados es el hecho de que más "Comunity Colleges" y universidades con programas de 4 años hayan tenido que crear programas remediales de matemáticas para sus estudiantes. Además, existe gran disparidad en la ejecutoria de las matemáticas ligada a raza o nivel socioeconómico.

Esta situación debe ser atendida ya que el futuro de la nación norteamericana estará en gran parte en las manos de poblaciones minoritarias que crecen rápidamente.

Por todas estas razones el gobierno de los EEUU, por orden ejecutiva, solicitó a la Secretaria de Educación de los EEUU, Margaret Spellings, formar un panel de 30 miembros que se llamó "The National Mathematics Advisory Panel". Dicho panel tendría que rendir un informe basado en la mejor evidencia científica disponible y tendría como misión el fortalecer la educación en matemáticas en los EEUU utilizando instrumentos que midieran el desarrollo de destrezas de pensamiento y análisis, diseño y revisión de estándares y su avaluo, evaluación de procesos de cómo los estudiantes aprenden matemáticas, la revisión y evaluación de prácticas de instrucción, programas y materiales educativos, el entrenamiento, selección y desarrollo profesional de los maestros, diseño de sistemas de instrucción adecuados, entre otros.

El panel comenzó sus trabajos el 22 de mayo del 2006 y por un periodo de 20 meses se dio a la tarea de preparar un informe final que tituló "Foundations for Success" que fue publicado oficialmente el 13 de marzo del 2008.

El Panel estuvo compuesto por profesionales destacados en la rama de educación matemática, matemáticos, sicólogos y sociólogos. Los panelistas concordaron que a pesar de que los estudiantes encuentran dificultad en muchas áreas de las matemáticas, el curso de álgebra era un punto crucial, por lo que el desempeño en este curso fue la preocupación central del informe. La caída dramática de los estudiantes en su desempeño matemático se encuentra al finalizar la escuela intermedia, momento en el que para la mayoría de los estudiantes comienza su preparación formal en álgebra. Se ha demostrado que el álgebra es el portal para logros futuros. Estudiantes que completan Algebra II tienen el doble de probabilidad de graduarse de Universidad que estudiantes con menor preparación académica, no importa que carrera escojan.

Los hallazgos y las recomendaciones publicados en el informe fueron clasificados de la siguiente manera:

1. Contenido Curricular

    a) El currículo de matemáticas de escuela elemental e intermedia debe tener el enfoque coherente en el que los tópicos a discutirse en los grados escolares vayan en una progresión 1ógica que haga énfasis en el dominio de los mismos. Se enfatiza en que no deben revisitarse los mismos tópicos año tras año.

    b) El panel diseñó una tabla de los temas del álgebra que son necesarios cubrir en escuela superior y basado en estos temas se revisará el currículo de kínder a octavo grado de forma tal que los estudiantes lleguen preparados para el curso de álgebra.

    c) Los estudiantes de K-8 tienen que dominar fracciones, decimales, porcientos y negativos, ya que su dominio es crucial para el álgebra. El concepto de números enteros es precursor para el estudio de fracciones y debe ser enfatizado, al igual que conceptos de medidas y aspectos de la geometría.

    d) Todos los maestros de matemáticas de escuela elemental, incluyendo los de educación especial, deberán tomar exámenes de licenciatura dirigidos a evaluar el conocimiento y dominio de los números enteros, fracciones, conceptos de medidas y aspectos de la geometría.

2. Procesos de Aprendizaje

a) La mayoría de los niños adquieren conocimiento sobre los números y otros aspectos de la matemática antes de llegar a kinder. Existe evidencia para indicar que el conocimiento numérico que adquieren los niños en edad pre-escolar está relacionado con el proceso de aprender matemáticas que utilizarán en escuela elemental, intermedia y superior. Desafortunadamente, niños que vienen de familias con un nivel socioeconómico bajo llegan con menor conocimiento numérico al compararlos con sus compañeros de clase media. Estas diferencias se hacen más marcadas a lo largo de K-12. Se han desarrollado programas para mejorar la ejecutoria en matemáticas para niños de edad preescolar y kinder con resultados muy positivos.

b) Para preparara los estudiantes para álgebra, el currículo debe desarrollar la comprensión conceptual, fluidez computacional y la resolución de problemas.

c) La fluidez computacional dependerá de la habilidad de los estudiantes para realizar operaciones aritméticas con rapidez (sin depender del uso de la calculadora) y de la habilidad para comprender algoritmos para las operaciones aritméticas y propiedades de los números.

d) La dificultad en el manejo de fracciones es un obstáculo para el progreso en álgebra y en matemáticas en general. El panel recalcó el hecho de que muchos estudiantes tienen un manejo muy pobre en operaciones con fracciones y decimales. Un mecanismo clave que relaciona la conceptualización y el procesamiento del conocimiento es la representación de fracciones en una recta numérica.

e) Se ha encontrado que el apoyo de maestros, compañeros y familiares y el sentir que el aprender y dominar un concepto les hace ser más inteligentes son factores que contribuyen al mejor rendimiento de los estudiantes. Es decir, las creencias y metas de los estudiantes sobre el aprendizaje están relacionadas con su desempeño matemático.

f) Los maestros deberán ayudar a sus estudiantes a entender que su éxito académico depende del esfuerzo realizado y que no es inherente a un talento innato o un don especial.

g) Se ha encontrado que asumir que un niño es muy pequeño para aprender ciertos conceptos es equivocado y que los maestros y desarrolladores de material educativo no deben asumir que los niños deberán tener cierta edad para aprender algunos conceptos matemáticos.

3. Maestros y Desarrollo Profesional

a) Se recomienda hacer investigación para definir que destrezas poseen algunos maestros de matemáticas que logran que casi todos sus estudiantes dominen los conceptos y logren tener alto rendimiento académico.
b) Las investigaciones en la relación entre el conocimiento matemático de los maestros y el desempeño de sus estudiantes confirman la importancia de la preparación académica del maestro en términos del contenido.
c) Las investigaciones indican que no existe evidencia de que una mejor preparación en técnicas educativas y mejoramiento profesional en torno a aspectos de la educación para el maestro, mejore el rendimiento de sus estudiantes.
d) Se ha encontrado que es importante que el maestro de matemáticas, aun a nivel elemental, conozca y domine conceptos matemáticos mucho más avanzados de los que enseña.

e) Las universidades y sistemas escolares deberán desarrollar programas eficaces para preparar maestros de matemáticas con gran contenido en el área de las matemáticas, no importa a que nivel escolar enseñe.

f) Dado el gran número de factores desconocidos que podrían afectar la efectividad del maestro, las políticas que evalúan los programas de incentivos para maestros deben ser evaluadas con cuidado.

4. Prácticas de Instrucción

a) Toda recomendación de que el aprendizaje debe estar centrado en el estudiante o debe estar totalmente dirigido por el profesor no están validadas por investigaciones científicas.

b) El aprendizaje cooperativo ha demostrado ser efectivo en desarrollar destrezas computacionales pero no existe evidencia que indique que mejore los procesos conceptuales.

c) El uso de avaluo formativo o bi-direccional entre el maestro y el estudiante ha resultado ser muy efectivo para mejorar la enseñanza. El panel recomienda el uso del mismo para los maestros de grados elementales.

d) El uso de situaciones reales en problemas verbales ha mejorado el desempeño de los estudiantes cuando se les preguntan problemas de esas mismas situaciones pero no ha mejorado el manejo de cómputos o la resolución de otro tipo de preguntas.

e) La enseñanza explícita ha resultado ser muy efectiva para estudiantes con deficiencias en matemáticas o estudiantes de educación especial. Por enseñanza explícita nos referimos a modelos de instrucción que usan repetidos ejemplos y requieren práctica extensa por parte de los estudiantes.

f) El uso de paquetes de instrucción, tutoriales y prácticas que utilizan tecnología como la computadora ha resultado ser efectivo en el proceso de enseñanza para ciertas áreas de las matemáticas.

g) Once estudios (realizados en un periodo de un año) revelaron que el uso de la calculadora no tuvo impacto en el desarrollo computacional o las destrezas de solución de problemas. El panel recomendó cautela en el uso de la calculadora para grados primarios ya que podría impedir el desarrollo de la fluidez numérica y la conceptualización de las cantidades.

h) Los estudiantes talentosos en matemáticas deben poder adelantar en el currículo de matemáticas siempre que su desempeño no sea afectado adversamente.

5. Materiales de Instrucción

a) Se encontró que los libros de texto de matemáticas de los EEUU son muy largos comparados con los de otros países. El uso de demasiadas fotos, el incluir problemas de situaciones reales y el querer cumplir con los estándares de matemáticas de todos los estados, son algunos de los factores que contribuyen a la extensión de los libros. El panel recomendó la publicación de libros menos extensos y con mayor enfoque en la conceptualizaci6n matemática.

b) Los diferentes estados y distritos escolares deben ponerse de acuerdo sobre los t6picos que deben incluirse en cada grado para así tener un currículo más uniforme.

c) Las casas publicadoras de textos y otros materiales escolares deben involucrar a matemáticos en todas las etapas de la producci6n de estos materiales.

6. Avalúo

a) Las pruebas estatales deben evaluar el desempeño de los estudiantes hasta octavo grado según las recomendaciones del Panel que aparecen en el documento "Critical Foundations for Algebra". Las puntuaciones deben ser reportadas y evaluadas a lo largo del tiempo.

b) Se debe evaluar el concepto de números enteros en cuarto grado y el concepto de fracciones debe comenzar en este grado. Para octavo grado se debe evaluar que todos los estudiantes dominen los conjuntos de números enteros y números racionales (fracciones), operaciones, comparación y ordenamiento.

c) Las calculadoras no deben permitirse en pruebas estatales que midan fluidez numérica y rapidez computacional.

7. Políticas y Mecanismos

a) Es esencial producir investigación científica rigurosa en áreas de interés nacional de la enseñanza en matemáticas. En específico, se recomienda investigación en prácticas de instrucción efectivas, materiales y diseño instruccional, mecanismos de aprendizaje, maneras de aumentar la efectividad de los maestros y mejorar el avaluo del conocimiento matemático.

b) El Panel recomienda que las agencias que proveen fondos gubernamentales aumenten los fondos asignados a proyectos dirigidos a mejorar el desempeño de los estudiantes en las matemáticas en las áreas previamente mencionadas.

c) Se debe proveer apoyo para fomentar la creación de equipos multidisciplinarios incluyendo expertos en psicología, sociología, economía, desarrollo cognoscitivo, matemáticas y educación en matemáticas.

Este informe, *Fundamentos para el Éxito,* hace recomendaciones claras y específicas de cómo debe dirigirse la nación norteamericana si quiere encaminarse a recuperar su talento científico y matemático formando estudiantes capaces de convertirse en líderes del conocimiento. Los diferentes estados deberán revisar sus políticas educativas y estándares de matemáticas. Las Universidades deberán diseñar programas educativos efectivos y escribir propuestas con el fin de mejorar la calidad de la educación en matemáticas.

Asegurarse que se podrá educar a los estudiantes a un nivel de liderato matemático mundial es una tarea difícil. Esta tarea deberá comenzar con el aumento de fondos para comenzar los proyectos con prontitud; además deberán estudiarse los currículos de matemáticas de otros países, especialmente los asiáticos y sobre todo se deberá educar al público sobre la importancia de aprender y del valor del conocimiento.

Las diferencias en la opinión pública de los ciudadanos norteamericanos al compararlos con los de otros países sobre la utilidad y necesidad de aprender matemáticas es un factor que deberá ser mirado con detenimiento. El compañero Elmer González en el documento *¿Por qué una Cultura de Servicio?* sabiamente dice "No es fácil cambiar o implantar culturas cuando se trata de fomentar actitudes". Es imprescindible convencer a la sociedad de que el conocimiento matemático y científico es uno de los portales al éxito, no sólo en el carácter individual, sino colectivo. Las oportunidades de empleos en estos campos seguirán en aumento, los fondos para la investigación matemática y educativa también, por lo tanto, las herramientas necesarias para el cambio estarán disponibles.

Para finalizar, deseo presentarles un ejemplo en el que la matemática se hace presente de una forma no tradicional. El doctor en matemáticas Guillermo Martínez en su libro *Borges y las Matemáticas* nos presenta un análisis de la obra del escritor Jorge Luis Borges desde la perspectiva de enfatizar la aproximación a principios y paradojas matemáticas.

En el ensayo *La Cuarta Dimensión* Borges escribió:

> *"Queda un hecho innegable, rehusar la cuarta dimensión es limitar el mundo, afirmarla es enriquecerlo. Mediante la tercera dimensión, la dimensión de altura, un punto encarcelado en un círculo puede huir sin tocar su circunferencia. Mediante la cuarta dimensión, la no imaginable, un hombre encarcelado en un calabozo podríasalir sin atravesar el techo, el piso o los muros."*

La matemática, un lenguaje abstracto, pero parte de todo hecho natural, seguirá facilitando la evolución del pensamiento para así lograr avances tecnológicos en el mundo moderno.

Los educadores debemos darnos a la tarea de buscar esa cuarta dimensión, la no imaginable, para preparar una sociedad diferente, debemos trabajar en el cambio de actitud de las generaciones presentes y futuras. Nuestro objetivo será que comprendan que sólo con el dominio cuantitativo y del lenguaje, de las destrezas de pensamiento y análisis, lograran convertirse en seres pensantes, inteligentes y seguros de sí mismos, lo que asegurará una mejor calidad humana, mejor calidad profesional y por lo tanto una mejor calidad de vida.

Referencias:

González, Elmer (2006). *¿Por qué una Cultura de Servicio?* Comité de Trabajo de Recursos Humanos sobre Desarrollo, Motivación y Evaluación, Universidad del Sagrado Corazón, Santurce, P.R.

Martínez, Guillermo (2003). *Borges y las Matemáticas.* Barcelona: Ediciones Destino.

The National Council of Teachers of Mathematics Homepage http://nctm.org/

The US Department of Education Homepage http://www .ed.gov/index.jhtml

The National Mathematics Advisory Panel Final Report *(2008). Foundations for Success.* Retrieved from *http :/lwww.ed.gov/ aboutlbdscomml listlmathpanel/index.html*

Wolf, Alan (1998). *Taking the Quantum Leap,* 2°d edition. New York: Harper &Row, Publishers.