

CENTRO DE INVESTIGACIONES ACADEMICAS  
UNIVERSIDAD DEL SAGRADO CORAZON  
SANTURCE, PUERTO RICO



AVANCE DE INVESTIGACION NO. 8  
EL DESARROLLO DE  
ESQUEMAS-OPERADORES MATEMATICOS  
Y SU RELACION CON LOS ESTILOS DE  
APRENDIZAJE HOLISTA Y SERIAL

POR  
CARMEN RODRIGUEZ DE PADIAL

© 1991 Derechos reservados  
Universidad del Sagrado Corazón

CENTRO DE INVESTIGACIONES ACADEMICAS  
UNIVERSIDAD DEL SAGRADO CORAZON  
SANTURCE, PUERTO RICO

AVANCE DE INVESTIGACION NO. 8  
EL DESARROLLO DE  
ESQUEMAS-OPERADORES MATEMATICOS  
Y SU RELACION CON LOS ESTILOS DE  
APRENDIZAJE HOLISTA Y SERIAL

POR  
CARMEN RODRIGUEZ DE PADIAL

## PREFACIO

En los últimos años, muchas universidades en los Estados Unidos y Puerto Rico se han replanteado cuestiones fundamentales sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje. Una de las conclusiones más importantes de esa reflexión crítica ha sido la necesidad de concebir la adquisición de conocimientos como una búsqueda de nuevos esquemas para procesar e interpretar la información. En este contexto, la tecnología moderna ha desempeñado un papel innovador, particularmente la computadora y el video. Los educadores se han dado cuenta del valor potencial de estos medios tecnológicos para el desarrollo de las destrezas del pensamiento más avanzadas.

El presente avance de investigación viene a confirmar una hipótesis que muchos maestros intuían en su práctica cotidiana: que la computadora es más útil pedagógicamente como herramienta para resolver problemas que como tutor. La doctora Carmen Rodríguez de Padial ha realizado una investigación empírica bien diseñada para demostrar el impacto de la computadora en el proceso de aprendizaje activo. Aunque su estudio se concentra en el campo de las matemáticas, sus conclusiones podrían extenderse a otras disciplinas. La investigación aquí resumida sugiere que los estudiantes pueden desarrollar destrezas de pensamiento abstracto y analítico mediante la interacción con una computadora que les provee retroalimentación inmediata y les plantea desafíos intelectuales. Esta estrategia de enseñanza no subestima la relación personal entre profesor y estudiante, sino que provee más tiempo para reforzar las fases de instrucción y evaluación en el salón de clase.

Los hallazgos de la doctora Rodríguez de Padial merecen una amplia discusión en los círculos académicos universitarios. Si la variable más importante en el desarrollo de esquemas conceptuales no es el estilo cognoscitivo sino la estrategia de enseñanza, entonces los profesores deben asignarle la más alta prioridad a la creación de ambientes de aprendizaje activo. Si la computadora ayuda a crear un ambiente de esa naturaleza, entonces los administradores deben proveer mayor acceso a la tecnología por parte de profesores y estudiantes. El verdadero aprendizaje ocurre cuando el estudiante logra aplicar un conocimiento abstracto a la solución de un problema concreto, y la computadora es una herramienta idónea para fomentar esa

aplicación mediante ejercicios prácticos e interactivos. La contribución más valiosa de la doctora Rodríguez de Padial es enfocar la tecnología al servicio de la docencia y no la docencia al servicio de la tecnología. Desde este punto de vista, el aprendizaje se convierte en un proceso de búsqueda y descubrimiento que deslumbra al ser humano y oscurece a la máquina que sirvió de apoyo a ese proceso.

Jorge Duany  
Director  
Centro de Investigaciones  
Académicas

## NOTA SOBRE LA AUTORA

Carmen Rodríguez de Padial es Catedrática Asociada de Ciencias Naturales en la Universidad del Sagrado Corazón. Obtuvo su doctorado en educación en la Universidad de Puerto Rico. Dirigió el proyecto de instrucción asistida por la computadora en la Universidad del Sagrado Corazón. Ha sido consultora y evaluadora de programas de matemáticas y cómputos en distintas instituciones. Ha producido más de 30 módulos computadorizados para la enseñanza de las matemáticas. Sus trabajos de investigación han girado en torno a la enseñanza de las matemáticas y las ciencias. El presente avance de investigación se basa en su tesis doctoral.

La convergencia entre tres áreas de investigación de gran popularidad en la actualidad--la revolución tecnológica, la revolución del conocimiento y el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática--se ha convertido a su vez en un campo extenso de estudio. Varios investigadores, educadores y teóricos (Hamm y Adams 1988; Schoenfeld 1989; Panel sobre la Educación de la Ciencia y la Matemática 1985) insisten en la necesidad de estudiar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática con un enfoque no tradicional. Tradicionalmente el esfuerzo educativo enfoca las conductas y los productos observables, el conocimiento demostrado y la solución final de problemas. El enfoque no tradicional apunta, sin embargo, hacia la investigación de las diferencias entre la estructura conceptual de novicios y expertos y los procesos de pensamiento que conducen a un producto intelectual de óptima calidad.

Por otro lado, el desarrollo de medios tecnológicos poderosos y la integración del pensamiento tecnológico al diseño instruccional han expandido la investigación pedagógica de forma dramática. De los medios tecnológicos actuales, la computadora es el medio que más ha esperanzado a los educadores como posible solución a algunos problemas educativos. Esta esperanza se basa en la facultad de la computadora de lograr un ambiente educativo interactivo donde se pueden atender las diferencias individuales. Muchos investigadores en el campo del uso de la computadora (Ediger 1988; Hughes 1988) advierten, sin embargo, que el potencial de la computadora se está desperdiciando en aplicaciones convencionales como tutoriales no inteligentes y prácticas repetitivas. Ellos opinan que la investigación se debe orientar hacia el uso de este medio como herramienta y no como tutor. Según estos investigadores, cuando la computadora se usa como herramienta ésta lleva a cabo las tareas mecánicas, permite al ser humano dedicarse a los procesos superiores de pensamiento y se logra un ambiente ajustable a diferentes estilos de aprendizaje. La computadora se convierte en un medio excelente para lograr un proceso de enseñanza activo donde el estudiante es el protagonista y controla la acción.

El presente estudio buscó respuesta a las siguientes interrogantes: ¿Se facilitará el desarrollo de esquemas-operadores matemáticos si a los estudiantes se les provee un ambiente de aprendizaje activo? ¿Dependerá el desarrollo de esquemas-operadores matemáticos del estilo cognoscitivo del estudiante? ¿Se

beneficiarán por igual de la estrategia de enseñanza activa estudiantes con diferentes estilos cognoscitivos?

## REVISION DE LA LITERATURA

La revisión de la literatura para este estudio se llevó a cabo tomando como temas centrales el desarrollo del intelecto, los estilos cognoscitivos y el aprendizaje activo y pasivo. Las teorías de aprendizaje, las teorías sobre arquitectura del conocimiento y los modelos de procesamiento de información componen el marco teórico del estudio. Se enfoca el uso de la computadora en la educación desde la perspectiva de la estrategia activa de aprendizaje.

De los dos grupos generales en que se clasifican las teorías de aprendizaje, las conductistas y las cognoscitivas, este último grupo orienta la presente investigación. Las teorías cognoscitivas se basan en los procesos superiores de pensamiento y tienen como meta el desarrollo de estos procesos de forma paralela al aprendizaje de contenido.

De las dos teorías básicas de arquitectura del conocimiento, la integral y la modular, la modular apoya esta investigación. Según esta teoría, existen diferentes facultades mentales para los diferentes procesos mentales. Estas facultades se definen como mecanismos psicológicos verticales que tratan los diferentes contenidos de forma individual. Esta posición apoya la teoría que se conoce como procesamiento de distribución paralela. Según esta teoría, la información se recibe en grandes cantidades por los diferentes sentidos y se procesa de forma paralela. Además, la memoria se compone de unidades conectadas entre sí que representan diferentes niveles del conocimiento de forma jerárquica. Estas unidades se conocen como esquemas y se consideran como estructuras en continuo cambio que se pueden usar simultáneamente.

Según Thorndyke y Hayes-Roth (1979), las definiciones del concepto de esquema coinciden en cuatro aspectos:

1. Un esquema representa una abstracción prototípica del concepto complejo que representa.



2. Los esquemas se desarrollan partiendo de las experiencias con numerosos ejemplos del concepto que representan.
3. Un esquema puede controlar la organización de la información que se recibe en conglomerados de conocimiento.
4. Cuando algún concepto de los que constituye un esquema falta del insumo de información, sus características se pueden inferir de aquellos conceptos que por naturaleza componen o pertenecen al esquema.

Según Owens y Sweller (1985), un esquema es una estructura cognoscitiva que permite categorizar un problema e indica los pasos apropiados para resolverlo. Durante el proceso de inducción se desechan las diferencias entre análogos al mismo tiempo que se conservan sus cualidades comunes. Luego de desarrollado, el esquema se usa en vez de otros análogos para resolver problemas similares.

Según investigadores como Greeno (1978) y Swing y Peterson (1988), el conocimiento matemático se compone de esquemas o unidades de conocimiento enlazados lógicamente. El logro de esquemas matemáticos significativos consiste en enlazar conceptos con procedimientos, procedimientos con ejemplos específicos, conocimiento nuevo con conocimiento adquirido y lenguaje diario con lenguaje matemático. La comprensión de un problema conlleva integrar las unidades discretas de información contenidas en el problema y evocar un esquema que a su vez dicte un procedimiento que pueda resolver el problema exitosamente. Según Tsai (1987), la información sobre procedimientos apropiados viene ligada al esquema y se conoce como un conjunto de operadores.

Para lograr el desarrollo de esquemas se establece una estrategia instruccional de tres etapas. La primera etapa es una explicación que le provee al estudiante ejemplos de problemas análogos resueltos. En la segunda etapa se crea un ambiente que permita al estudiante practicar lo aprendido. Esta es la etapa más importante, pues aquí se produce la inducción del esquema. La actividad del estudiante durante esta etapa debe estar dirigida por preguntas orientadas al análisis que induzcan a la prueba de hipótesis. Durante la tercera etapa se evalúa el grado de desarrollo del esquema mediante técnicas como la prueba escrita y la entrevista.

Para esta investigación se usó el análisis de estilos cognoscitivos basado en el enfoque de modelos aplicados de estilos de aprendizaje. Se define estilos

cognoscitivos como los procedimientos que las personas emplean para percibir y pensar. Los estilos cognoscitivos se clasifican en holista y serial (Ford 1985). El estilo holista califica el proceso de pensamiento global que va del todo a las partes. Este acercamiento desarrolla descripciones generales antes que detalles particulares, enlazando diferentes aspectos de un problema simultáneamente mediante relaciones integrales. El estilo serial califica el proceso de pensamiento molecular que va de las partes al todo. Este acercamiento desarrolla procesos específicos antes que una visión total y enlaza las partes de un problema de forma sucesiva mediante relaciones simples.

Según Owens y Sweller (1985), cuando se enfoca un problema matemático usando un análisis serial, no se logra la categorización del problema de acuerdo a su estructura ni se evoca un esquema que indique la operación apropiada para su solución. Para estos investigadores tanto como para Lewis y Anderson (1985), se debe someter al aprendiz al proceso de análisis holista de solución de problemas. A través de este proceso el estudiante no atiende metas específicas sino que está libre de generar una hipótesis explícita sobre qué operación es más apropiada para resolver un problema de acuerdo a sus características. Una vez el estudiante establece su hipótesis sobre una operación se le ofrece retroalimentación inmediata sobre el éxito o fracaso de la aplicación de la operación.

Para crear un ambiente que facilite la prueba de hipótesis es necesario poner en manos del aprendiz la actividad de aprendizaje. Según Piaget (1981), el conocimiento matemático se extrae de la acción del aprendiz al operar sobre los objetos y observar el cambio de las características de los objetos introducidos por la acción. Lewis y Anderson (1985) utilizaron la computadora con un programa que permitía la prueba de hipótesis y obtuvieron resultados positivos al lograr que los estudiantes aprendieran a correlacionar las características de un problema con la operación apropiada para resolverlo.

A partir de las teorías expuestas, se establecieron para este estudio tres hipótesis:

1. Los esquemas-operadores matemáticos se pueden desarrollar con mayor efectividad utilizando una estrategia activa de aprendizaje que propicie la prueba de hipótesis.

2. Las personas que exhiben un estilo cognoscitivo holista deben desarrollar esquemas-operadores matemáticos con mayor facilidad que las que tienen un estilo cognoscitivo serial.
3. El desarrollo de esquemas-operadores matemáticos es más efectivo si la persona exhibe un estilo cognoscitivo holista y se le provee una estrategia de aprendizaje activo.

## METODO

### Muestra

La muestra para este estudio estuvo compuesta de cuarenticinco estudiantes matriculados en dos secciones del curso de Cálculo de la Universidad del Sagrado Corazón. Estos estudiantes pertenecían al Departamento de Ciencias Naturales, especializados en Ciencias de Cómputos y Biología. La muestra se dividió en veintitrés varones y veintidós hembras. Un estudiante cursaba el primer año de bachillerato, tres el segundo año, treinta el tercer año y once el cuarto año.

### Contenido matemático

El contenido matemático utilizado fue el concepto de Asíntotas de la unidad de Funciones Racionales. Se consideró un esquema general que contiene las funciones racionales y dos subesquemas que contienen las funciones con asíntotas verticales y las funciones con asíntotas horizontales respectivamente. En la medida en que un estudiante logra la categorización de una función y selecciona la operación apropiada para su solución, ha logrado el desarrollo del esquema.

### Materiales de instrucción

La aplicación del tratamiento fue dividida en tres fases: instrucción, inducción y evaluación. Para la primera fase se diseñó un material usando la teoría de problemas análogos y contraejemplos para el desarrollo de esquemas. Los problemas análogos ayudan al estudiante a abstraer aquellas características que permiten la categorización de un problema y los contraejemplos le ayudan a desechar aquellas características no representativas de los miembros de un esquema.

Los objetivos de la instrucción perseguían desarrollar tres destrezas: (1) analizar las características de cada función para categorizarlas de acuerdo a sus asíntotas; (2) identificar las operaciones necesarias para resolverlas; y (3) analizar sus gráficas de acuerdo al criterio de características de categorización. La validez del contenido se estableció mediante el juicio de expertos y una prueba piloto con estudiantes que tomaron el curso de Cálculo durante el verano anterior.

Para la fase de inducción se usó un material que sometía al estudiante a un proceso de práctica resolviendo problemas análogos a los que se le habían presentado en la fase de instrucción. Esta práctica se condujo con preguntas que dirigen al análisis e inducen al estudiante a formular y probar hipótesis. El grupo asignado al tratamiento experimental usó, además, un programa computarizado desarrollado por Borland International llamado "Eureka: The Solver". Este programa permite el análisis de funciones y el desarrollo de gráficas facilitando la proposición y comprobación de hipótesis a través de la retroalimentación inmediata. Este material siguió el mismo proceso de validación que el material de instrucción. Se discutió con expertos en la materia y se probó con los estudiantes de Cálculo durante el verano.

### **Instrumentos**

La evaluación del proceso se llevó a cabo mediante la administración de una prueba de categorización y selección de operaciones y gráficas y una entrevista dirigida. La puntuación de la prueba se tomó como medida del desarrollo del esquema. La entrevista tuvo como propósito corroborar el resultado de la prueba de categorización, permitiendo al estudiante describir su proceso de pensamiento. La validación de este material se llevó a cabo mediante el juicio de expertos en el contenido y mediante su administración a un grupo de treinta y cinco estudiantes durante el verano.

Para determinar el estilo de análisis del estudiante y clasificarlo en holista o serial, se usó una versión traducida al español y modificada del "Study Preference Questionnaire" desarrollado por Nigel Ford en 1985. Cada pregunta en este cuestionario presenta dos puntos de vista extremos sobre la preferencia personal al analizar un problema de estudio. El estudiante escoge de una escala del 1 al 5, que se encuentra entre los dos puntos de vista, el número que mejor representa su

posición. El cuestionario se evaluó adjudicando 1 ó 2 puntos a la posición serialista, 3 a la intermedia y 4 ó 5 a la holista. Los estudiantes que obtuvieron una puntuación bajo el promedio se clasificaron como serialistas y los que obtuvieron una puntuación sobre el promedio se clasificaron como holistas.

El cuestionario sobre preferencia de estudio pasó por un proceso de validación que se dividió en dos partes. Luego de traducirse al español se sometió a un grupo de treinta estudiantes. Esta primera prueba obtuvo un índice Alpha de confiabilidad de .65. Luego de corregir algunas preguntas usando como criterio el análisis estadístico al cual se había sometido, se probó nuevamente con doscientos treinta y cinco estudiantes. Para esta prueba el índice de confiabilidad aumentó a .83.

### **Diseño de la investigación**

La investigación se llevó a cabo usando un diseño experimental de dos factores divididos en dos niveles cada uno. El factor estrategia de aprendizaje se dividió en el proceso activo y el pasivo y el factor estilos de aprendizaje se dividió en estilo holista y estilo serial. La variable dependiente era el nivel de desarrollo de esquemas-operadores matemáticos pertinentes a la unidad de Asíntotas de Funciones Racionales. (Véase la figura 1.)

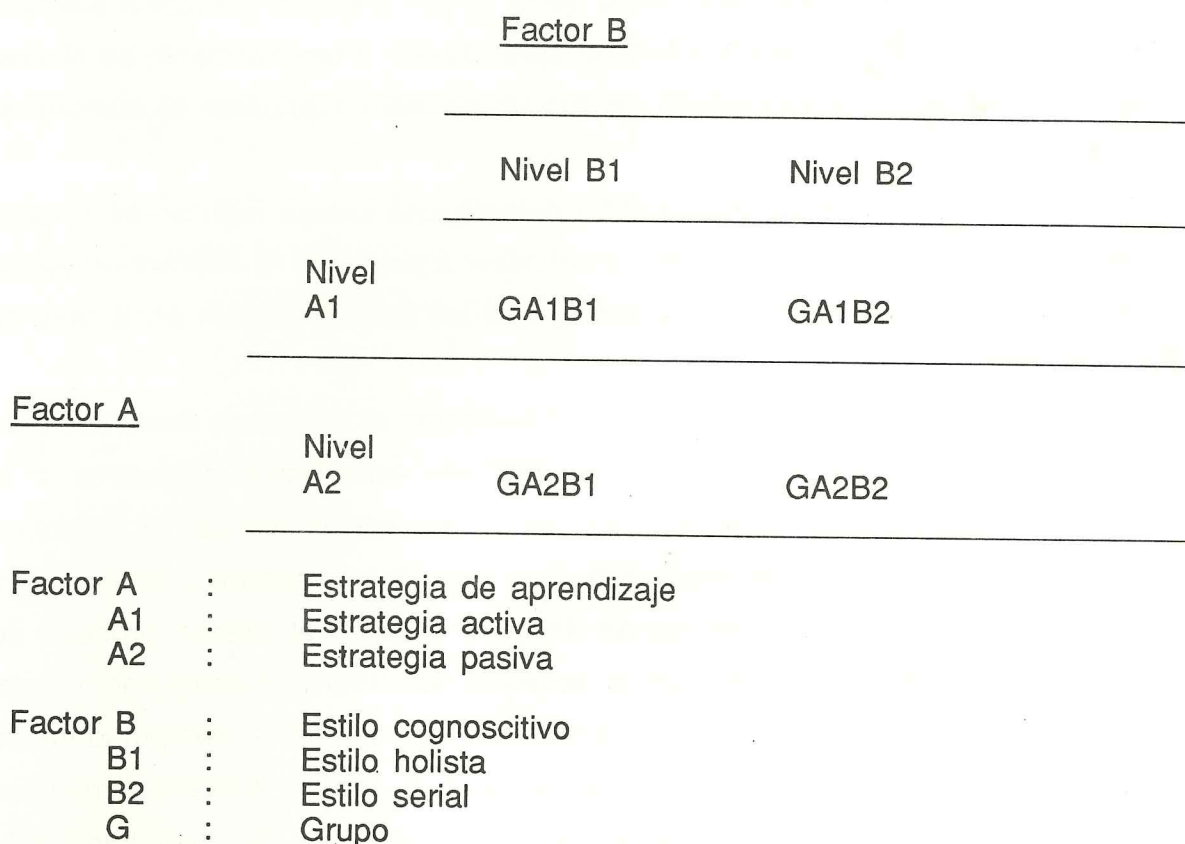


Figura 1 Diseño de la investigación

### **Procedimiento experimental**

Durante los dos meses previos al experimento se enseñó a los estudiantes a trabajar con el sistema Eureka para asegurar el uso del programa con facilidad. La primera actividad del procedimiento experimental fue someter a los estudiantes a la prueba de preferencia de estudio para clasificarlos entre estilo holista o serial. Originalmente cincuenta y dos estudiantes tomaron esta prueba. Veintitrés estudiantes obtuvieron puntuación sobre promedio y fueron clasificados con estilo holista; veintidós fueron clasificados con estilo serial por obtener puntuación bajo promedio; y siete fueron eliminados del estudio por obtener puntuación promedio. Posteriormente cada grupo fue dividido aleatoriamente entre los grupos activo o pasivo de aprendizaje. Los veintitrés estudiantes holistas se dividieron en once al grupo activo y doce al grupo

pasivo y los veintidós clasificados con estilo serial fueron divididos de forma aleatoria equitativamente al grupo pasivo o activo de aprendizaje. Posteriormente se eliminó aleatoriamente del grupo holista-pasivo un estudiante para equiparar el número de sujetos por tratamiento.

La fase de instrucción se llevó a cabo durante una sesión regular del curso y duró hora y media. La actividad consistió en analizar a través de la interacción verbal con el maestro, los ejemplos trabajados análogos a los que se usarían en la fase de inducción de esquemas.

Para la segunda fase los estudiantes se trasladaron al Centro de Recursos para Ciencias y Matemáticas de la USC. Los veintitrés estudiantes asignados a la estrategia activa trabajaron en el laboratorio de computadoras usando el programa Eureka para analizar las funciones racionales. Los veintidós asignados a la estrategia pasiva trabajaron en un salón de clases llevando a cabo el mismo proceso de análisis de funciones racionales, pero sin el beneficio del programa computadorizado. El posible impacto negativo en los estudiantes que no usaron la computadora se minimizó permitiendo que éstos se ayudaran entre sí y usaran diferentes recursos durante el proceso de análisis. Inclusive tuvieron el beneficio de consultarle a la profesora.

La tercera fase de evaluación consistió en tomar la prueba de categorización y selección de operadores y gráficas por todos los estudiantes. Se seleccionaron aleatoriamente veinte estudiantes para ser entrevistados inmediatamente después de la prueba escrita (Véase el apéndice A).

### **Análisis de Datos**

Los resultados de la prueba de categorización y selección de operadores y gráficas fueron sometidos a un análisis de varianza de dos factores (Two - Way Anova) utilizando el programa SPSS-X. Se tomó como criterio un nivel de significación de .05 para el rechazo de las hipótesis nulas.

Las entrevistas se evaluaron adjudicando una puntuación a cada respuesta. Luego se estableció una correlación entre los resultados de la entrevista con las puntuaciones de la prueba escrita para validar ésta última (Apéndice B).

## RESULTADOS

Según los resultados del análisis de varianza, la interacción entre la estrategia de aprendizaje y el estilo cognoscitivo no afectó significativamente el desarrollo de esquemas-operadores matemáticos. Se esperaba que el grupo holista-activo desarrollara los esquemas-operadores con más efectividad que los otros estudiantes y aunque éste fue el grupo con promedio más alto (84.0%), la diferencia con el grupo serial-activo (75.72%) no fue significativa. (Véase el cuadro 1.) El efecto del estilo cognoscitivo tampoco fue significativo al nivel  $\text{Alpha} = .05$ . El promedio de los estudiantes clasificados como holistas fue 76.22 y el de los clasificados como seriales fue de 71.36.

Cuadro 1  
Puntuaciones en la prueba escrita

Estrategia de aprendizaje	Estilo de aprendizaje			
	<u>Holista</u>		<u>Serial</u>	
- x	84.09	- x	75.72	80.31
DS	14.39	DS	12.69	
N	11	N	11	
- x	68.36	- x	67.00	67.68
DS	20.84	DS	23.88	
N	11	N	11	
	76.22		71.36	



La estrategia de aprendizaje sí tuvo un efecto significativo al nivel  $\text{Alpha} = .05$  sobre el desarrollo de esquemas-operadores matemáticos. Los estudiantes asignados al grupo activo obtuvieron un promedio de 80.31 mientras que los del grupo pasivo obtuvieron un promedio de 67.68. Se esperaba que el grupo activo desarrollara los esquemas-operadores con más efectividad que el pasivo y así fue. (Véase el Cuadro 2.)

Cuadro 2

Análisis de varianza del promedio de las puntuaciones de la prueba de categorización para los factores estrategia de aprendizaje y estilos cognoscitivos

Fuente de variación	Suma de cuadrados	gl	Promedio de cuadrados	F	P
Factor A	1644.57	1	1644.57	4.68	.03
Factor B	260.20	1	260.20	.77	.39
AXB	134.75	1	134.75	.40	.53
ERROR	13541.64	40	338.54		
Total		43			

$p < .05$

La diferencia significativa entre el grupo activo y el pasivo coincide con la teoría expuesta por Piaget (1981) de que cuando un resultado es producto de la acción cobra mayor significado. Este hallazgo también coincide con la teoría defendida por Owens y Sweller (1985) sobre la ventaja de trabajar con metas reducidas para inducir en los estudiantes la curiosidad intelectual que los conduzca a formular hipótesis. Los resultados apoyan además otros estudios (Lewis y Anderson 1985) que utilizan la computadora como recurso para crear un ambiente activo. La computadora ayuda al estudiante a elaborar una imagen visual inmediata y a concretar los conceptos.

De acuerdo con los resultados, la dimensión de estilos cognoscitivos holista-serial no se relaciona estrechamente con el desarrollo de esquemas. La teoría de Casson (1983) provee una posible explicación de este resultado. Casson define los esquemas como una combinación de estructuras y procesadores de datos e infiere que en el desarrollo de éstos intervienen simultáneamente tanto el análisis holista como el serial. Esta posición implica que aún cuando los seres humanos demuestren preferencia por un estilo de análisis en el proceso de desarrollar o usar un esquema, pueden hacer uso de ambos estilos.

Este estudio hipotetizó que el proceso activo utilizando la computadora sería una estrategia de aprendizaje significativamente más provechosa para los estudiantes de estilo holista que para los otros estudiantes. Sin embargo, la interacción entre la estrategia de aprendizaje y los estilos cognoscitivos no tuvo el efecto esperado. Este resultado se puede explicar a partir de la teoría del aprendiz versátil de Ford (1985). Según esta teoría, un estudiante con experiencia, aun cuando muestre una preferencia de estilo cognoscitivo, puede aprender usando otro estilo si se le induce a ello. Por lo visto los estudiantes serialistas se beneficiaron del ambiente creado con el uso de la computadora tanto como los holistas. Tanto Joyce y Weil (1986) como Hunt (1979) aseveran que es beneficioso provocar una incomodidad en el estudiante que lo induzca a explorar sus propias ideas, evitando un pareo perfecto entre las estrategias de aprendizaje y los estilos cognoscitivos.

Otro resultado importante del estudio fue la efectividad de usar dos estrategias para evaluar un proceso de aprendizaje difícil de medir a través de instrumentos convencionales de evaluación. Los instrumentos convencionales responden a la

instrucción tradicional y evalúan la solución final de problemas y los productos observables. Este estudio pretendía medir el nivel de desarrollo de una estructura conceptual y por esta razón utilizó diferentes métodos de evaluación.

### **IMPLICACIONES EDUCATIVAS**

La ventaja obtenida por el grupo sometido al aprendizaje activo tiene implicaciones prácticas importantes para la docencia. El uso de la computadora como herramienta corresponde a las tendencias recientes dentro de la teoría cognoscitiva. La integración de la computadora a la actividad pedagógica como herramienta y no como tutor ofrece la oportunidad de crear ambientes que inducen al aprendizaje por descubrimiento y propicia el desarrollo de estructuras superiores de conocimiento.

Los resultados apoyan el diseño de la instrucción de la matemática a través de un método no tradicional que considera el aprendizaje desde la perspectiva del desarrollo de esquemas-operadores. El uso de materiales de instrucción que integren el análisis de problemas análogos resueltos, el uso de preguntas orientadas a la integración de ideas y el concepto de solución de problemas con metas reducidas, es innovador y efectivo.

Los resultados de este estudio no sólo comprueban que la matemática puede y debe enseñarse desde la perspectiva del desarrollo de esquemas, sino que los recursos tecnológicos actuales permiten crear el ambiente de aprendizaje que facilite al estudiante el logro de los procesos superiores de pensamiento. De esta manera el estudiante participa del aprendizaje, se pregunta y se contesta, actúa sobre el objeto y aprende de las consecuencias de su acción a través del descubrimiento. Al pasar más tiempo desarrollando estrategias de solución, el aprendiz concreta los conceptos inicialmente abstractos y da vida en su intelecto a la matemática.

## REFERENCIAS

- Casson, R. (1983). Schemata in cognitive anthropology. Annual Review of Anthropology, 12, 429-62.
- Ediger, M. (1988). Philosophy of microcomputer use in the mathematics curriculum. Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, 8 (1), 32-42.
- Ford, N. (1985). Learning styles and strategies of postgraduate students. British Journal of Educational Technology, 16, 65-79.
- Greeno, J. M. (1978). Understanding and procedural knowledge in math instruction. Educational Psychology, 12, 262-283.
- Hamm M., & Adams D. (1988). Problem solving and technology: Breathing life into mathematical abstractions. Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, 1 (4), 14-15.
- Hughes, B. (1988). First year algebra: A computer coordinated curriculum. Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, 7 (4), 23-25.
- Hunt, D. (1979). Learning style and students' needs: An introduction to conceptual level. En J. Keefe (Ed.). Student Learning Styles (pp. 27-38). Reston, VA: NASSP.
- Joyce, B., & Weil, M. (1986). Models of Teaching (3rd. ed.). Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Lewis, M., & Anderson, J. (1985). Discrimination of operator schemata in problem solving: Learning from examples. Cognitive Psychology, 17, 26-65.
- Owens, E. & Sweller, J. (1985). What students learn while solving mathematics problems. Journal of Educational Research, 77 (3), 272-284.
- Panel on Science and Mathematics Education (1985). Exploiting present opportunities of computers in science and mathematics education. Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, 5, 15-26.
- Piaget, J. (1981). Psicología y Epistemología. Barcelona, España: Editorial Ariel.
- Schoenfeld, A. H. (1989). Teaching mathematical thinking and problem solving. En L. Resnick & L. Klopfer (Eds.) (pp. 83-103). Toward the Thinking Curriculum: Current Cognitive Research, Washington, DC: 1989 Yearbook, ASCD.
- Swing, S., & Peterson, P. (1988). Elaborative and integrative thought processes in mathematics learning. Journal of Educational Psychology, 80, 54-66.

- Thorndyke, P. W., & Hayes-Roth, B. (1979). The use of schemata in the acquisition and transfer of knowledge. Cognitive Psychology, 11, 82-106.
- Tsai, C., Derry, N., & Sharon, J. (1987). Application of Schema Theory to the Instruction of Arithmetic Word Problem Solving Skills. Annual Convention of the Association for Educational Communications and Technology, Atlanta, GA.

APENDICE A  
Prueba de categorización y  
selección de operaciones y gráficas

Nombre \_\_\_\_\_

$$F1(x) = \frac{x+2}{2x+1}$$

$$F2(x) = \frac{3x+2}{x-1}$$

$$F3(x) = \frac{3x}{x-1}$$

$$F4(x) = \frac{3x}{x+1}$$

$$F5(x) = \frac{4x}{x+1}$$

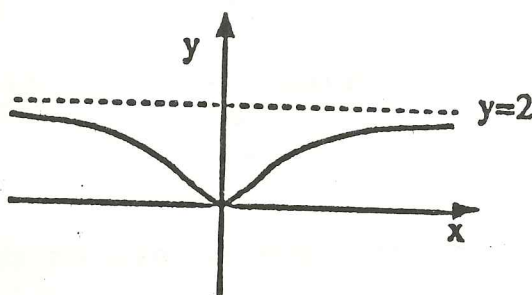
Para cada una de las funciones dadas conteste las siguientes preguntas.  
(Trabaje con una función a la vez).

1. Identifique los tipos de asíntotas que tiene cada función y explique por qué toma esa decisión. Si no hay asíntota dígalo y explique cómo lo sabe.
2. Identifique la operación necesaria para buscar las asíntotas que tenga la función. Si no tiene asíntotas, conteste ninguna operación.
3. Aplique la operación y busque las asíntotas. Si no tiene asíntotas, conteste no tiene.
4. Trace una posible gráfica de la función.
5. Explique cómo sabe que esa podría ser la gráfica de la función estableciendo la relación entre las características de la función y la gráfica.

## APENDICE B

### Entrevista

1. Cuando observas una función racional, ¿qué características observas para identificar sus asíntotas?
2. ¿Qué se puede decir de una función racional cuya gráfica no tiene asíntotas verticales?
3. Si  $F(x) \rightarrow 2$  cuando  $x \rightarrow \infty$  como en la siguiente gráfica



¿Qué se puede decir de  $y = 2$ ?

¿Por qué?

4. ¿Cuál de las siguientes funciones no podría ser la de la gráfica anterior? ¿Por qué?

$$F1(x) = \frac{2}{4x} \quad \text{ó} \quad \frac{2}{2x+1}$$

$$F2(x) = \frac{3}{4x} \quad \text{ó} \quad \frac{3}{2x+1}$$

